

۱- درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. (۱ نمره)

الف) اگر فرض و حکم یک قضیه را جابه‌جا کنیم، یک قضیهٔ دو شرطی حاصل می‌شود.

ب) توابع $f(x) = \frac{\sqrt{x^2}}{|x|}$ و $g(x) = 1$ با هم مساوی هستند.

ج) در تابع $y = a^x$ اگر $0 < a < 1$ باشد، با افزایش مقدار x ، مقادیر y کاهش می‌یابد.

د) تابع $y = [x]$ در نقاطی با طول صحیح، فقط پیوستگی راست دارد. ([] نماد جزء صحیح است.)

۲- جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید. (۰/۷۵ نمره)

الف) مرکز دایره‌ای که هر سه ضلع یک مثلث بر آن مماس باشند، محل برخورد آن مثلث است.

ب) در دایره‌ای به شعاع ۱۰ واحد، طول کمان مقابل به زاویهٔ مرکزی $\frac{\pi}{5}$ رادیان برابر است.

ج) اگر A و B دو پیشامد مستقل باشند و $P(A) = 2P(B) = \frac{1}{4}$ ، آن‌گاه $P(A \cap B')$ برابر است.

۳- گزینهٔ درست را انتخاب کنید. (۱ نمره)

الف) معادلهٔ درجه دومی که ریشه‌های آن $\frac{3+\sqrt{5}}{4}$ و $\frac{3-\sqrt{5}}{4}$ باشند، کدام است؟

(۱) $4x^2 + 1 = 6x$ (۲) $4x^2 - 1 = 6x$ (۳) $4x^2 + 6x = 1$ (۴) $4x^2 + 6x = -1$

ب) حاصل $25^{\log_5 3}$ کدام است؟

(۱) $\sqrt{3}$ (۲) ۹ (۳) $\frac{\sqrt{5}}{3}$ (۴) $3\sqrt{5}$

ج) تابع $f(x) = a[x] + [-x]$ در $x = 2$ حد دارد. مقدار a کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

(۱) -۲ (۲) ۲ (۳) -۱ (۴) ۱

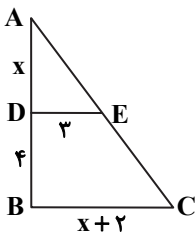
د) اگر به همهٔ داده‌های آماری، ۲ برابر میانگین آن‌ها را اضافه کنیم، ضریب تغییرات داده‌های جدید چند برابر ضریب تغییرات اولیه می‌شود؟

(۱) $\frac{1}{3}$ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) $\frac{1}{2}$

۴- خط $4x + 3y + 7 = 0$ بر دایره‌ای به مرکز $O(\alpha, 1)$ و شعاع ۲ سانتی‌متر مماس است. تمام مقادیر ممکن برای α را به دست آورید. (۱ نمره)

۵- معادلهٔ $x + \sqrt{x+3} = 3$ را حل کنید. (۰/۷۵ نمره)

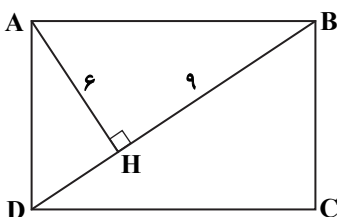
۶- در شکل روبه‌رو $DE \parallel BC$ است. مقدار x را به دست آورید. (۱ نمره)



۷-

الف) $AB = 12$ و $A'B' = 8$ به ترتیب اضلاع بزرگ‌تر دو مثلث متشابه ABC و $A'B'C'$ هستند، نسبت مساحت مثلث ABC به مساحت مثلث $A'B'C'$ را به دست آورید.

ب) در مستطیل مقابل، طول پاره خط DH را محاسبه کنید. (۱ نمره)



-۸

الف) نمودار تابع $y = 1 - \sqrt{x+2}$ را رسم کنید.

ب) اگر $[2x] = 3$ باشد، حدود x را به دست آورید. (۱ نمره)

۹- الف) اگر $f(x) = \sqrt{x-1}$ و $g(x) = \frac{x-3}{x-4}$ باشند، دامنه تابع $\frac{f}{g}$ را به دست آورید.

ب) وارون تابع $f(x) = \frac{1}{3}x - 2$ را به دست آورید. (۱/۲۵ نمره)

۱۰- الف) حاصل $\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) + \sin\left(-\frac{25\pi}{6}\right)$ را به دست آورید.

ب) اگر $\cos x = \sin\left(x + \frac{\pi}{18}\right)$ ، کوچک‌ترین مقدار مثبت برای x را به دست آورید. (۱/۷۵ نمره)

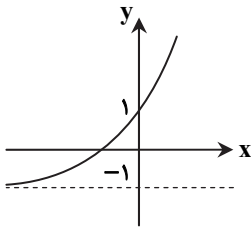
۱۱- ابتدا نمودار تابع $y = \cos x$ را در بازه $[0, 2\pi]$ رسم کرده و سپس نمودار تابع $f(x) = 2\cos x - 1$ را در همان بازه رسم کنید و برد آن را مشخص کنید. (۱ نمره)

-۱۲

الف) اگر $\log_3 2 = 0/3$ و $\log_3 3 = 0/48$ ، حاصل $\log_9 \frac{5}{4}$ را به دست آورید.

ب) معادله لگاریتمی $\log_7(x+1) + \log_7(x-2) = 2$ را حل کنید. (۲ نمره)

۱۳- شکل روبه‌رو نمودار تابع $f(x) = 2^{x-a} + b$ است. مقادیر a و b را به دست آورید. (۱ نمره)



۱۴- نمودار تابع $f(x) = \frac{|x-1|}{x-1}$ را رسم کنید و حاصل $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ را به دست آورید. (۰/۷۵ نمره)

۱۵- حاصل حد مقابل را به دست آورید. (۱ نمره)

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 4x + 3}{3x^2 - 27}$$

۱۶- مقادیر a و b را طوری بیابید که تابع زیر در $x = 1$ پیوسته باشد. [نماد جزء صحیح است.] (۱/۲۵ نمره)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{[2x] + a}{|2x - 1|} & x < 1 \\ b - 1 & x = 1 \\ 2 \tan \frac{\pi x}{4} & x > 1 \end{cases}$$

۱۷- احتمال قبولی رضا در کنکور برابر $0/5$ است. اگر او در آزمون‌های گزینه‌دو شرکت کند، احتمال قبولی او در کنکور برابر $0/6$ می‌شود. اگر

احتمال اینکه رضا در آزمون‌های گزینه‌دو شرکت کند برابر $\frac{1}{3}$ باشد، چقدر احتمال دارد او در آزمون‌های گزینه‌دو شرکت کند یا در کنکور

قبول شود؟ (۱/۲۵ نمره)

۱۸- داده‌های آماری ۵، ۹، ۵، ۱۱، ۱۰ را در نظر بگیرید. (۱/۲۵ نمره)

الف) میانه داده‌ها را به دست آورید.

ب) واریانس داده‌ها را محاسبه کنید.

موفق باشید